

## CALCUL LITTÉRAL

### RAPPEL : **Signe devant une parenthèse**

**Règle** : Dans une somme algébrique, les parenthèses précédées du signe + ne changent pas les signes des nombres situés dans la parenthèse. En revanche, celles précédées du signe – changent les signes.

**Exemples** :  $A = 8 + (7 - 6) = 8 + 7 - 6 = 9$

$B = 8 - (7 - 6) = 8 - 7 + 6 = 7$  (soustraire un nombre revient à ajouter son opposé).

**Remarque** : Lorsque l'on écrit  $-(7 - 6)$ , on multiplie  $(7 - 6)$  par  $(-1)$ ,

ce qui revient à prendre l'opposé de  $7 - 6$ . Ainsi :  $-(7 - 6) = (-1) \times (7 - 6) = -7 + 6$

### RAPPEL : **Suppression du symbole de multiplication**

Afin d'alléger les écritures, on peut ne pas écrire le signe  $\times$  dans les calculs lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse. Par exemple :

- «  $3 \times (5 + 6)$  » devient «  $3(5 + 6)$  » qui se lit « 3 facteur de  $5 + 6$  »
- «  $(1 + 2) \times (3 + 4)$  » devient «  $(1 + 2)(3 + 4)$  »
- «  $5 \times a$  » devient «  $5a$  »
- «  $a \times b$  » devient «  $ab$  »

### RAPPEL : **Priorité des calculs**

**Règle** : Dans une suite d'additions de nombres relatifs, les calculs s'effectuent en partant de la gauche :

**Exemple** :  $A = 3 - 5 - 4 + 9$

OU

$A = 3 - 5 - 4 + 9$

$A = -2 - 4 + 9$

$A = 3 + 9 - 5 - 4$  (on regroupe les positifs)

$A = -6 + 9$

$A = 12 - 9$

$A = 3$

$A = 3$

**Règle** : Lors d'un calcul avec les opérateurs +, -,  $\times$  et / et en présence de puissance, on effectue en priorité

1. Les calculs de puissance
2. Les multiplications et divisions
3. Les additions et soustractions

**Exemple** :  $E = 3 \times 4^2 - 2 \times 4 + 1$  → priorité au carré

$E = 3 \times 16 - 2 \times 4 + 1$  → priorité aux deux multiplications

$E = 48 - 8 + 1$  → priorité au calcul le plus à gauche

$E = 41$

### RAPPEL : **Les puissances**

**Règle** : Pour tout nombre  $a$  et pour tous nombres relatifs  $m$  et  $n$ , on :  $a^m \times a^n = a^{m+n}$

**Exemple** :  $x^5 = x^3 \times x^2$

## I. EXPRESSION NUMERIQUE, EXPRESSION LITTERALE OU ALGEBRIQUE.

### a. Expression numérique :

Une expression numérique ne contient que des nombres.

#### Exemple :

«  $A = -2 \times 5 + (5 - 8)$  » est une **expression numérique**.

→ on peut la **calculer** :  $A = -2 \times 5 + (5 - 8) = -10 + (-3) = -10 - 3 = -13$ .

### b. Expression littérale :

Une expression littérale contient des nombres et des lettres représentant des variables.

#### Exemples :

«  $B = 5x^2 + 3x + (4x - 2) - (x^2 + 1)$  » est une **expression littérale**.

→  $x^2 = x \times x$

→ «  $x$  » représente un nombre quelconque. C'est une **variable**, ou une **inconnue**.

«  $C = 5x^2 + 3y + (4x - 2) - (y + 1)$  » est une **expression littérale** ayant 2 variables  $x$  et  $y$ .

**Chaque lettre représente un nombre.**

Si une même lettre figure plusieurs fois dans la même expression, elle  $y$  représente le même nombre.

### c. Calcul d'une expression littérale :

Pour obtenir la valeur numérique d'une expression littérale, il suffit de remplacer chaque variable par la valeur proposée.

Exemple : Soit l'expression littérale : «  $A = 2x + y - 3$  » : elle contient deux variables : «  $x$  » et «  $y$  ».

Si  $x = 3$  et si  $y = -2$ , alors :

$$A = 2x + y - 3 = 2 \times 3 + (-2) - 3 = 6 - 2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

Exemple : On considère l'expression :  $E = 3x^2 - 2x + 1$

Calculer  $E$  pour  $x = 4$  revient à effectuer les étapes suivantes :

$$E = 3 \times 4^2 - 2 \times 4 + 1 \quad \rightarrow \text{priorité au carré associé à la variable } x$$

$$E = 3 \times 16 - 2 \times 4 + 1 \quad \rightarrow \text{priorité aux deux multiplications}$$

$$E = 48 - 8 + 1 \quad \rightarrow \text{priorité au calcul le plus à gauche}$$

$$E = 40 + 1$$

$$E = 41$$

## II. REDUCTION D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

**Réduire une expression**, c'est l'écrire sans parenthèses et avec le moins de termes possibles.

Exemple :  $A = 2x^2 + x - (6 + x - 2)$

$$A = 2x^2 + x - 6 - x + 2$$

$$A = 2x^2 - 4$$

Exemple :  $A = 5x^2 + 3x + (4x - 2) - (x^2 + 1)$

→ on supprime les parenthèses en faisant bien attention aux signes :

$$A = 5x^2 + 3x + 4x - 2 - x^2 - 1$$

→ on regroupe les termes « en  $x^2$  », les termes « en  $x$  » et les « constantes » :

$$A = 5x^2 - x^2 + 3x + 4x - 2 - 1$$

→ on compte les termes « en  $x^2$  », les termes « en  $x$  » et les « constantes » :

$$A = (5-1)x^2 + (3+4)x - 2 - 1$$

→ on calcule :

$$A = 4x^2 + 7x - 3$$

### III. DEVELOPPEMENT D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Développer, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

#### *a. Développement simple (rappel) :*

Pour tous nombres  $a$ ,  $b$  et  $k$  on a :

|                    |              |    |                    |                   |
|--------------------|--------------|----|--------------------|-------------------|
| $k(a+b) = ka + kb$ |              | et | $k(a-b) = ka - kb$ |                   |
| ↑                  | ↑            |    | ↑                  | ↑                 |
| <i>produit</i>     | <i>somme</i> |    | <i>produit</i>     | <i>différence</i> |

#### Exemples :

$$A = 5(x+2)$$

$$B = 8(y-5)$$

$$C = -4(5-3x)$$

$$A = 5 \times x + 5 \times 2$$

$$B = 8 \times y - 8 \times 5$$

$$C = -4 \times 5 + 4 \times 3x$$

$$A = 5x + 10$$

$$B = 8y - 40$$

$$C = -20 + 12x$$

#### *b. Double développement :*

Quelles que soient les valeurs de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ , on a :

|                                  |
|----------------------------------|
| $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ |
|----------------------------------|

#### Exemple :

$$A = (x+4)(2x+3)$$

$$A = x \times 2x + x \times 3 + 4 \times 2x + 4 \times 3$$

$$A = 2x^2 + 3x + 8x + 12$$

$$A = 2x^2 + 11x + 12$$

### IV. FACTORISATION D'UNE EXPRESSION LITTERALE.

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Pour tous nombres  $a$ ,  $b$  et  $k$  on a :

|                    |                |    |                    |                |
|--------------------|----------------|----|--------------------|----------------|
| $ka + kb = k(a+b)$ |                | et | $ka - kb = k(a-b)$ |                |
| ↑                  | ↑              |    | ↑                  | ↑              |
| <i>somme</i>       | <i>produit</i> |    | <i>différence</i>  | <i>produit</i> |

Ce **facteur commun** peut être :

#### **1) Un nombre**

Exemples :  $3x+12 = 3 \times x + 3 \times 4 = 3(x+4)$

$$16-2x = 2 \times 8 - 2 \times x = 2(8-x)$$

## 2) Une variable

**Exemples :**

$$\begin{aligned}2x+3x &= x \times 2 + x \times 3 \\ &= x(2+3) \\ &= 5x \\ 4x^2 - xy &= x \times 4x - x \times y \\ &= x(4x - y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x^2 + 7x &= x \times 3x + x \times 7 \\ &= x(3x + 7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x^6 - x^4y &= x^4 \times 5x^2 - x^4 \times y \\ &= x^4(5x^2 - y)\end{aligned}$$

## 3) Une expression

**Exemples :**

$$A = 25x^6 - 35x^4y$$

$$A = 5x^4 \times 5x^2 - 5x^4 \times 7y$$

$$A = 5x^4(5x^2 - 7y)$$

$$B = 48x^7y^5 - 56x^9y^3$$

$$B = 8 \times 6 \times x^7 \times y^3 \times y^2 - 8 \times 7 \times x^7 \times x^2 \times y^3$$

$$B = 8x^7y^3 \times 6y^2 - 8x^7y^3 \times 7x^2$$

$$B = 8x^7y^3(6y^2 - 7x^2)$$

$$A = 2(x+8) + (x+8)(x-5)$$

$$A = (x+8)[2 + (x-5)]$$

$$A = (x+8)[2 + x - 5]$$

$$A = (x+8)(x-3)$$

$$B = (x+1)(x+2) - (x+2)(8-x)$$

$$B = (x+2)[(x+1) - (8-x)]$$

$$B = (x+2)[x+1-8+x]$$

$$B = (x+2)(2x-7)$$

$$C = (2x+1)^2 + (2x+1)(x+3)$$

$$C = (2x+1) \times (2x+1) + (2x+1)(x+3)$$

$$C = (2x+1)[(2x+1) + (x+3)]$$

$$C = (2x+1)[2x+1+x+3]$$

$$C = (2x+1)(3x+4)$$

$$D = 42x^5y^3 - 30x^2y^7 - 18x^4y^4$$

$$D = 6x^2y^3 \times 7x^3 - 6x^2y^3 \times 5y^4 - 6x^2y^3 \times 3x^2y$$

$$D = 6x^2y^3(7x^3 - 5y^4 - 3x^2y)$$